Établir des liens entre complexité descriptive et complexité algorithmique

Théo Grente

AMACC - GREYC - Université de Caen Normandie - Normandie Université

Journée du laboratoire, 24 janvier 2020

Complexité descriptive et complexité algorithmique

Complexité descriptive : Est-ce qu'un problème est difficile à décrire ?

Complexité algorithmique : Est-ce qu'un problème est difficile à résoudre ?

Complexité descriptive et complexité algorithmique

Complexité descriptive : Est-ce qu'un problème est difficile à décrire ?

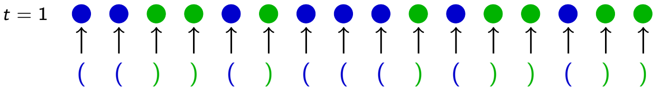
Spécification logique : Conjonction d'implications

Complexité algorithmique : Est-ce qu'un problème est difficile à résoudre ?

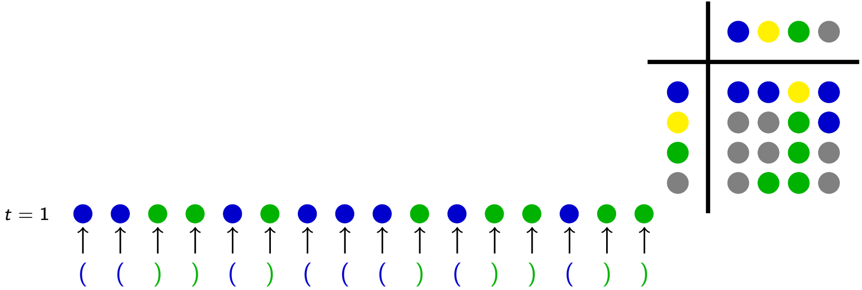
Modèle de calcul : Automate treillis

Qu'est ce qu'un automate treillis ?

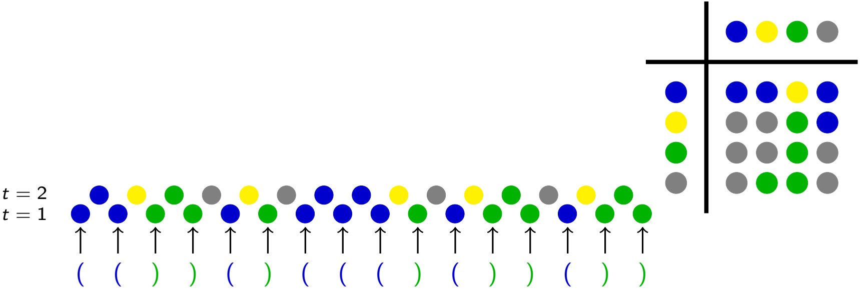
Qu'est ce qu'un automate treillis ?



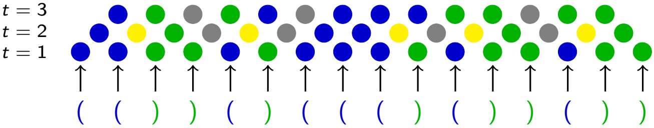
Qu'est ce qu'un automate treillis ?

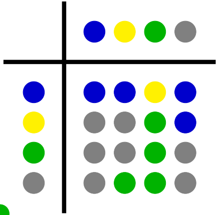


Qu'est ce qu'un automate treillis ?

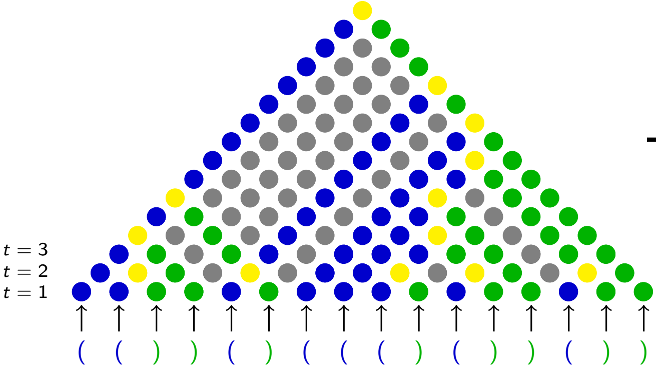


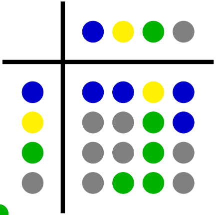
Qu'est ce qu'un automate treillis ?



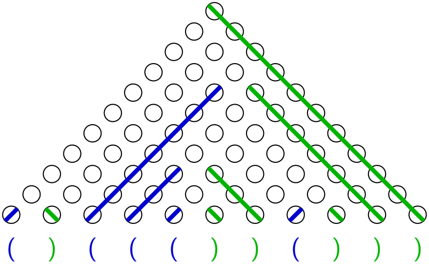


Qu'est ce qu'un automate treillis ?





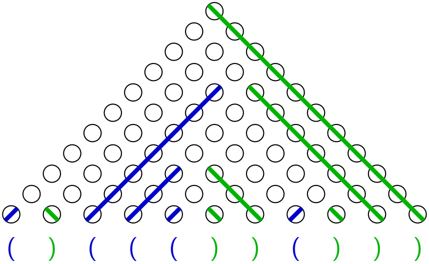
Et la logique ?



Et la logique ?

Formule logique:

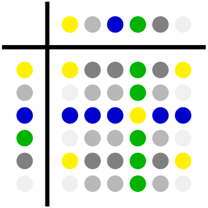
- $x = y \wedge Q_{(}(x) \rightarrow \texttt{Ouv}(x, y)$
- $x = y \wedge Q_{)}(x) \rightarrow \texttt{Fer}(x, y)$
- $x < y \wedge \texttt{Ouv}(x, y-1) \wedge \neg\texttt{Fer}(x+1, y) \rightarrow \texttt{Ouv}(x, y)$
- $x < y \wedge \texttt{Fer}(x+1, y) \wedge \neg\texttt{Ouv}(x, y-1) \rightarrow \texttt{Fer}(x, y)$
- $\texttt{min}(x) \wedge \texttt{Fer}(x, y) \rightarrow \perp$
- $\texttt{max}(y) \wedge \texttt{Ouv}(x, y) \rightarrow \perp$

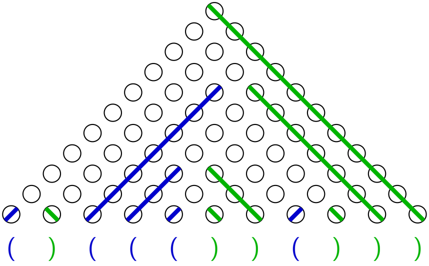


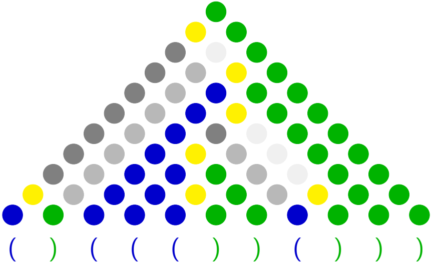
Et la logique ?

Formule logique:

- $x = y \wedge Q_{(}(x) \rightarrow \texttt{Ouv}(x, y)$
- $x = y \wedge Q_{)}(x) \rightarrow \texttt{Fer}(x, y)$
- $x < y \wedge \texttt{Ouv}(x, y-1) \wedge \neg\texttt{Fer}(x+1, y) \rightarrow \texttt{Ouv}(x, y)$
- $x < y \wedge \texttt{Fer}(x+1, y) \wedge \neg\texttt{Ouv}(x, y-1) \rightarrow \texttt{Fer}(x, y)$
- $\texttt{min}(x) \wedge \texttt{Fer}(x, y) \rightarrow \perp$
- $\texttt{max}(y) \wedge \texttt{Ouv}(x, y) \rightarrow \perp$



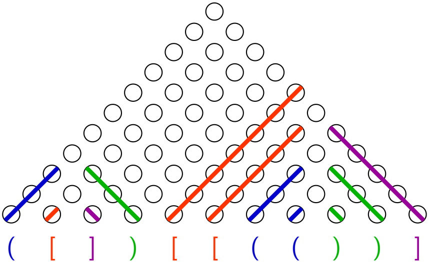




La logique comme outil de généralisation :

Formule logique:

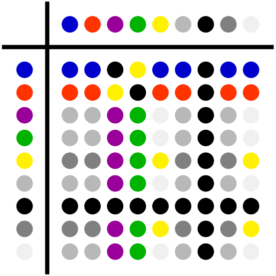
- $x = y \wedge Q_{(}(x) \rightarrow \mathtt{Ouv}_1(x,y)$; $x = y \wedge Q_{)}(x) \rightarrow \mathtt{Fer}_1(x,y)$
- $x = y \wedge Q_{[}(x) \rightarrow \mathtt{Ouv}_2(x,y)$; $x = y \wedge Q_{]}(x) \rightarrow \mathtt{Fer}_2(x,y)$
- $x < y \wedge \mathtt{Ouv}_1(x,y-\mathbf{1}) \wedge \neg\mathtt{Fer}_1(x+\mathbf{1},y) \wedge \neg\mathtt{Fer}_2(x+\mathbf{1},y) \rightarrow \mathtt{Ouv}_1(x,y)$
- $x < y \wedge \mathtt{Fer}_1(x+\mathbf{1},y) \wedge \neg\mathtt{Ouv}_1(x,y-\mathbf{1}) \wedge \neg\mathtt{Ouv}_2(x,y-\mathbf{1}) \rightarrow \mathtt{Fer}_1(x,y)$
- $x < y \wedge \mathtt{Ouv}_2(x,y-\mathbf{1}) \wedge \neg\mathtt{Fer}_1(x+\mathbf{1},y) \wedge \neg\mathtt{Fer}_2(x+\mathbf{1},y) \rightarrow \mathtt{Ouv}_2(x,y)$
- $x < y \wedge \mathtt{Fer}_2(x+\mathbf{1},y) \wedge \neg\mathtt{Ouv}_1(x,y-\mathbf{1}) \wedge \neg\mathtt{Ouv}_2(x,y-\mathbf{1}) \rightarrow \mathtt{Fer}_2(x,y)$
- $\mathtt{min}(x) \wedge \mathtt{Fer}_1(x,y) \rightarrow \perp$; $\mathtt{min}(x) \wedge \mathtt{Fer}_2(x,y) \rightarrow \perp$
- $\mathtt{max}(y) \wedge \mathtt{Ouv}_1(x,y) \rightarrow \perp$; $\mathtt{max}(y) \wedge \mathtt{Ouv}_2(x,y) \rightarrow \perp$
- $x < y \wedge \mathtt{Ouv}_1(x,y-\mathbf{1}) \wedge \mathtt{Fer}_2(x+\mathbf{1},y) \rightarrow \perp$
- $x < y \wedge \mathtt{Ouv}_2(x,y-\mathbf{1}) \wedge \mathtt{Fer}_1(x+\mathbf{1},y) \rightarrow \perp$

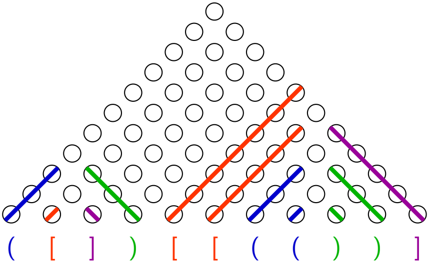


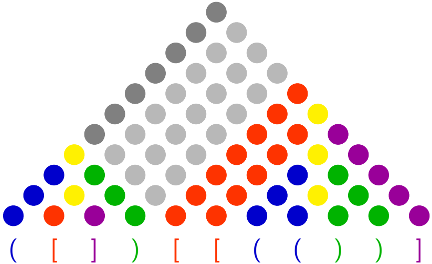
La logique comme outil de généralisation :

Formule logique:

- $x = y \wedge Q_{(}(x) \rightarrow \mathtt{Ouv}_1(x, y)$; $x = y \wedge Q_{)}(x) \rightarrow \mathtt{Fer}_1(x, y)$
- $x = y \wedge Q_{[}(x) \rightarrow \mathtt{Ouv}_2(x, y)$; $x = y \wedge Q_{]}(x) \rightarrow \mathtt{Fer}_2(x, y)$
- $x < y \wedge \mathtt{Ouv}_1(x, y - \mathbf{1}) \wedge \neg\mathtt{Fer}_1(x + \mathbf{1}, y) \wedge \neg\mathtt{Fer}_2(x + \mathbf{1}, y) \rightarrow \mathtt{Ouv}_1(x, y)$
- $x < y \wedge \mathtt{Fer}_1(x + \mathbf{1}, y) \wedge \neg\mathtt{Ouv}_1(x, y - \mathbf{1}) \wedge \neg\mathtt{Ouv}_2(x, y - \mathbf{1}) \rightarrow \mathtt{Fer}_1(x, y)$
- $x < y \wedge \mathtt{Ouv}_2(x, y - \mathbf{1}) \wedge \neg\mathtt{Fer}_1(x + \mathbf{1}, y) \wedge \neg\mathtt{Fer}_2(x + \mathbf{1}, y) \rightarrow \mathtt{Ouv}_2(x, y)$
- $x < y \wedge \mathtt{Fer}_2(x + \mathbf{1}, y) \wedge \neg\mathtt{Ouv}_1(x, y - \mathbf{1}) \wedge \neg\mathtt{Ouv}_2(x, y - \mathbf{1}) \rightarrow \mathtt{Fer}_2(x, y)$
- $\mathtt{min}(x) \wedge \mathtt{Fer}_1(x, y) \rightarrow \bot$; $\mathtt{min}(x) \wedge \mathtt{Fer}_2(x, y) \rightarrow \bot$
- $\mathtt{max}(y) \wedge \mathtt{Ouv}_1(x, y) \rightarrow \bot$; $\mathtt{max}(y) \wedge \mathtt{Ouv}_2(x, y) \rightarrow \bot$
- $x < y \wedge \mathtt{Ouv}_1(x, y - \mathbf{1}) \wedge \mathtt{Fer}_2(x + \mathbf{1}, y) \rightarrow \bot$
- $x < y \wedge \mathtt{Ouv}_2(x, y - \mathbf{1}) \wedge \mathtt{Fer}_1(x + \mathbf{1}, y) \rightarrow \bot$







La logique comme outil de généralisation :

Formule logique:

- $x = y \wedge Q_{(}(x) \to \texttt{Ouv}_1(x,y)$; $x = y \wedge Q_{)}(x) \to \texttt{Fer}_1(x,y)$
- $x = y \wedge Q_{[}(x) \to \texttt{Ouv}_2(x,y)$; $x = y \wedge Q_{]}(x) \to \texttt{Fer}_2(x,y)$
- $x < y \wedge \texttt{Ouv}_1(x, y-\mathbf{1}) \wedge \neg\texttt{Fer}_1(x+\mathbf{1}, y) \wedge \neg\texttt{Fer}_2(x+\mathbf{1}, y) \to \texttt{Ouv}_1(x,y)$
- $x < y \wedge \texttt{Fer}_1(x+\mathbf{1}, y) \wedge \neg\texttt{Ouv}_1(x, y-\mathbf{1}) \wedge \neg\texttt{Ouv}_2(x, y-\mathbf{1}) \to \texttt{Fer}_1(x,y)$
- $x < y \wedge \texttt{Ouv}_2(x, y-\mathbf{1}) \wedge \neg\texttt{Fer}_1(x+\mathbf{1}, y) \wedge \neg\texttt{Fer}_2(x+\mathbf{1}, y) \to \texttt{Ouv}_2(x,y)$
- $x < y \wedge \texttt{Fer}_2(x+\mathbf{1}, y) \wedge \neg\texttt{Ouv}_1(x, y-\mathbf{1}) \wedge \neg\texttt{Ouv}_2(x, y-\mathbf{1}) \to \texttt{Fer}_2(x,y)$
- $\texttt{min}(x) \wedge \texttt{Fer}_1(x,y) \to \bot$; $\texttt{min}(x) \wedge \texttt{Fer}_2(x,y) \to \bot$
- $\texttt{max}(y) \wedge \texttt{Ouv}_1(x,y) \to \bot$; $\texttt{max}(y) \wedge \texttt{Ouv}_2(x,y) \to \bot$
- $x < y \wedge \texttt{Ouv}_1(x, y-\mathbf{1}) \wedge \texttt{Fer}_2(x+\mathbf{1}, y) \to \bot$
- $x < y \wedge \texttt{Ouv}_2(x, y-\mathbf{1}) \wedge \texttt{Fer}_1(x+\mathbf{1}, y) \to \bot$